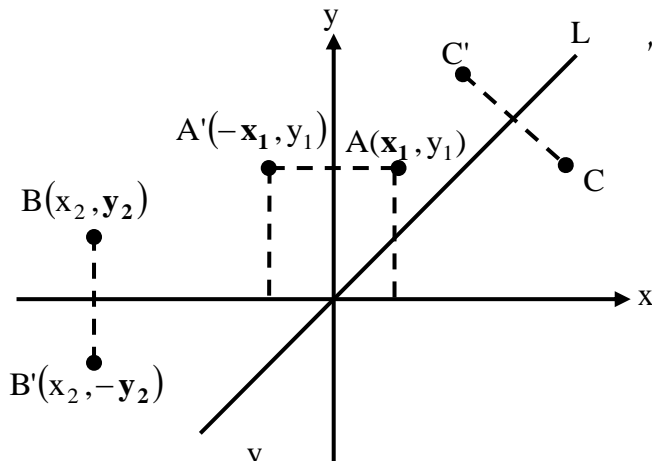


## פונקציה זוגית, פונקציה אי-זוגית

### סימטריה ביחס לישר:



שתי נקודות סימטריות ביחס לישר מסוים, אם ישר זה הוא אנך אמצעי לקטע המחבר את שתי הנקודות.

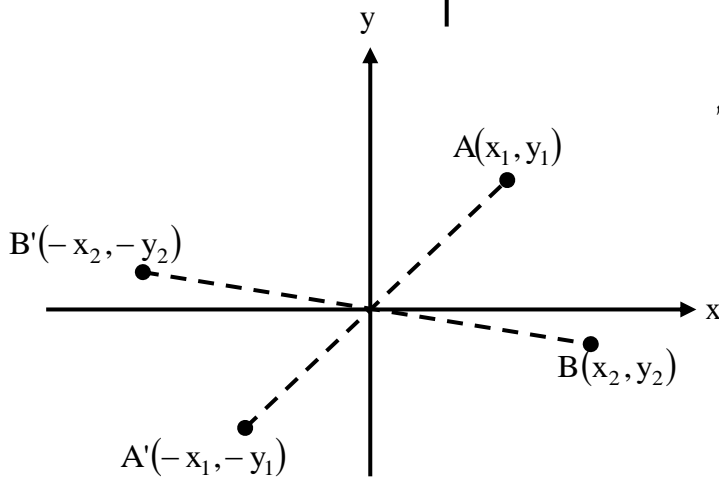
בשרטוט:

A ו-A' סימטריות ביחס לציר y.

B ו-B' סימטריות ביחס לציר x.

C ו-C' סימטריות ביחס לישר L.

### סימטריה ביחס לנקודה:

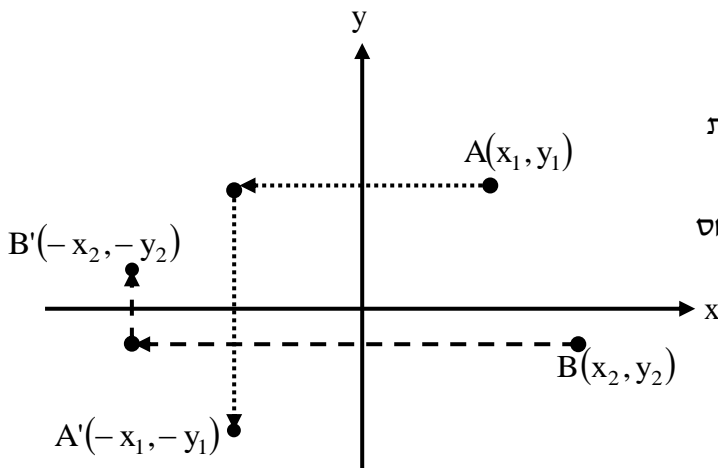


שתי נקודות סימטריות ביחס לנקודה מסוימת, אם נקודה זו היא אמצע הקטע המחבר את שתי הנקודות.

בשרטוט:

A ו-A' סימטריות ביחס לראשית הצירים.

B ו-B' סימטריות ביחס לראשית הצירים.



ניתן גם לקבל נקודה סימטרית ביחס לראשית הצירים, ע"י סימון נקודה סימטרית לנתונה ביחס לציר y ואח"כ נקודה סימטרית לה ביחס לציר x (כמודגם בציור), או בסדר הפוך.

**פונקציה זוגית** היא פונקציה שתחום ההגדרה שלה סימטרי ביחס לראשית הצירים, ומקיימת לכל

$$f(-x) = f(x)$$

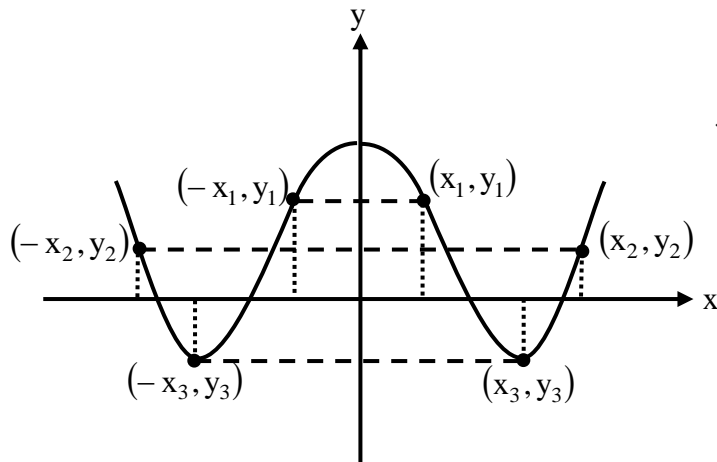
בתחום ההגדרה את השוויון: גרף של פונקציה זוגית סימטרי ביחס לציר ה-y.

לכל שתי נקודות על גרף הפונקציה להן שיעורי x נגדיים, יש שיעורי y שווים.

שתי הנקודות סימטריות ביחס לציר ה-y ושיעוריהן  $(x, f(x))$  ו- $(-x, f(x))$ .

דוגמאות לפונקציה זוגית

א. הגרף המצויר מייצג פונקציה זוגית.



ב. הפונקציה  $f(x) = 3x^4 - x^2 + 1$  זוגית.

הוכחה:  $f(x) = 3x^4 - x^2 + 1$

$$f(-x) = 3(-x)^4 - (-x)^2 + 1 = 3x^4 - x^2 + 1 = f(x)$$

$$\therefore f(-x) = f(x)$$

לכן הפונקציה זוגית.

**פונקציה אי-זוגית** היא פונקציה שתחום ההגדרה שלה סימטרי ביחס לראשית הצירים ומקיימת

$$f(-x) = -f(x)$$

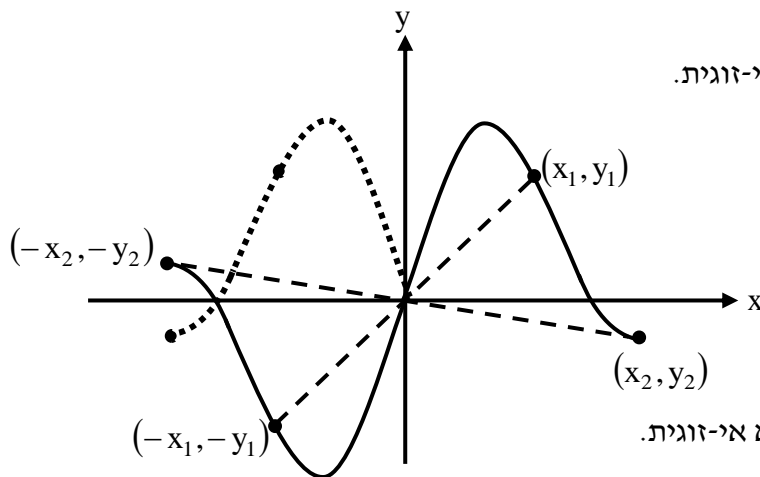
גרף של פונקציה אי-זוגית סימטרי ביחס לראשית הצירים.

כלל שתי נקודות על גרף הפונקציה להן שיעורי x נגדיים, יש שיעורי y נגדיים.

שתי הנקודות סימטריות ביחס לראשית הצירים ושיעוריהן  $(x, f(x))$  ו- $(-x, -f(x))$ .

דוגמאות לפונקציה אי-זוגית

א. הגרף המצויר מייצג פונקציה אי-זוגית.



ב. הפונקציה  $f(x) = 4x^3 - \frac{5}{x}$  היא אי-זוגית.

הוכחה:  $f(x) = 4x^3 - \frac{5}{x}$

$$f(-x) = 4(-x)^3 - \frac{5}{(-x)} = -4x^3 + \frac{5}{x} = -\left(4x^3 - \frac{5}{x}\right) = -f(x)$$

$$\therefore f(-x) = -f(x)$$

לכן הפונקציה אי-זוגית.

**הערות:**

- א. בבדיקת זוגיות יש לשים לב ראשית לתחום ההגדרה (סימטריה ביחס ל-0).  
 ב. ישנן פונקציות שאינן זוגיות ואינן אי-זוגיות.

**תרגילים**

1. קבע לכל אחת מהפונקציות הבאות האם היא : זוגית, אי-זוגית, ניטרלית.

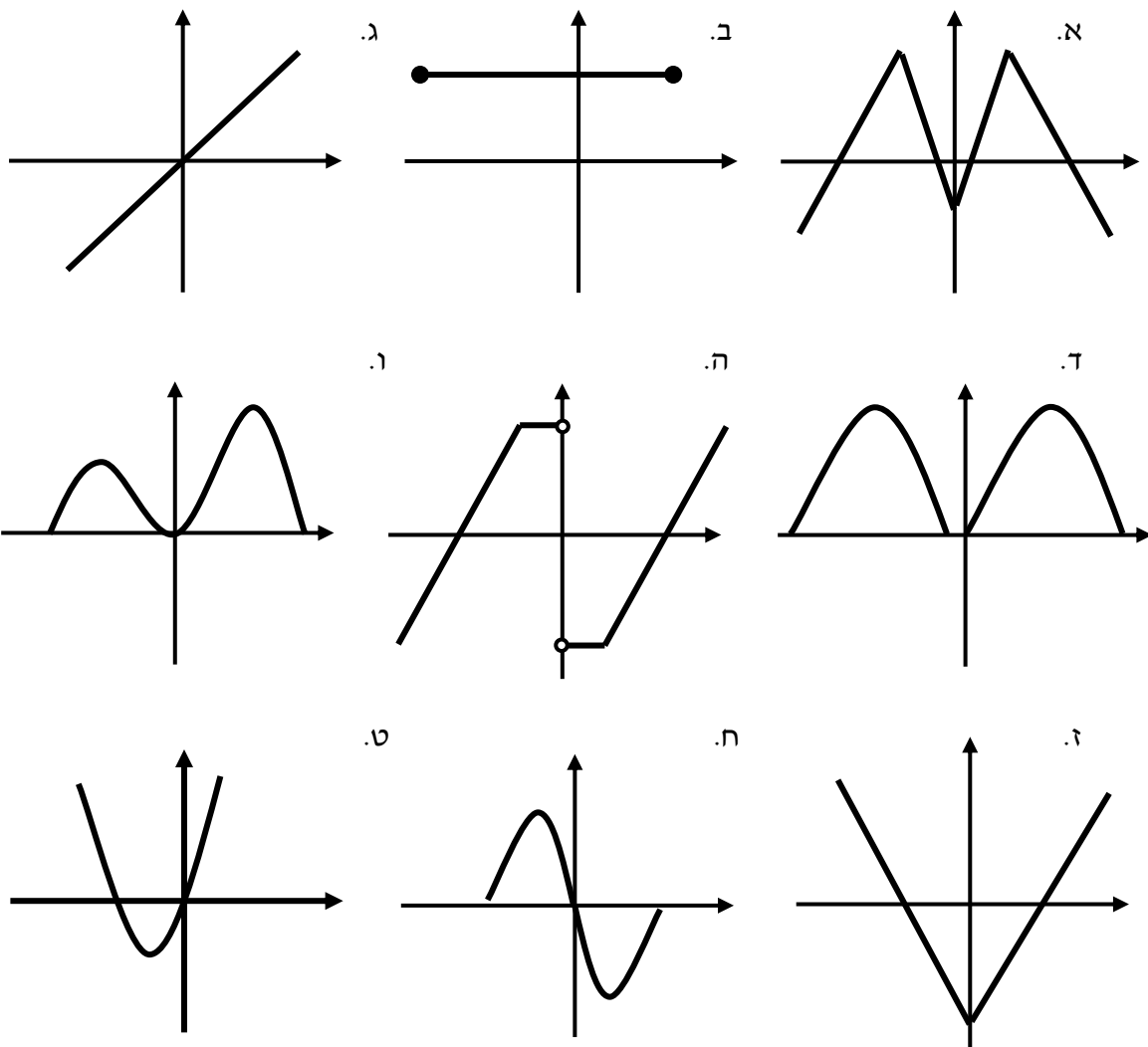
א.  $f(x) = -5x$     ב.  $g(x) = -5x + 2$     ג.  $h(x) = |x|$     ד.  $y = -1$

ה.  $f(x) = 3x^2$     ו.  $p(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x$     ז.  $y = \frac{x^4 + 1}{x^2}$     ח.  $g(x) = \frac{x^3 - 4}{x}$

ט.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}$     י.  $y = \sqrt{x}$     יא.  $q(x) = \frac{x}{|x|}$     יב.  $r(x) = |x - 4|$     יג.  $y = \sqrt{x^2}$

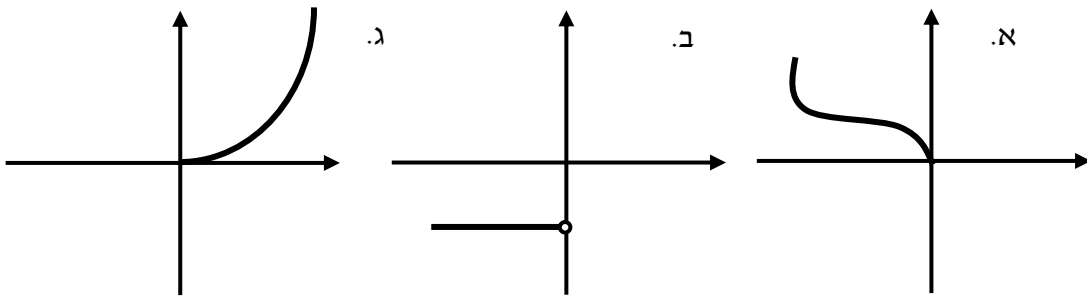
2. לפניך שרטוטים של פונקציות שונות.

קבע עבור כל פונקציה האם היא : זוגית? אי-זוגית? ניטרלית?

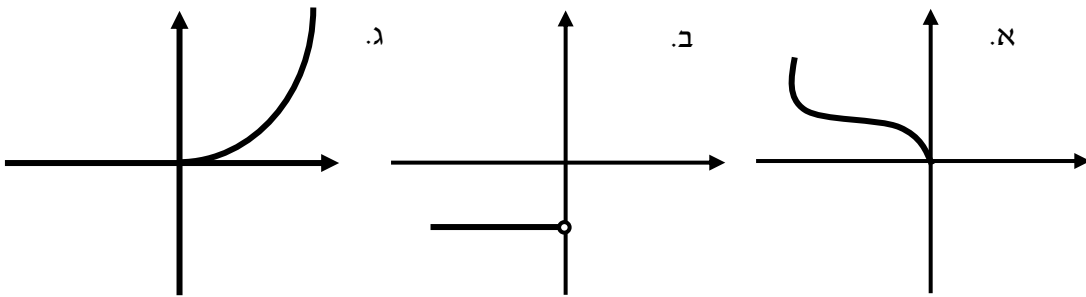


3. השלם כל אחד מהגרפים הבאים כך שתתקבל:

i. פונקציה זוגית



ii. פונקציה אי-זוגית



4. הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית, והפונקציה  $g(x)$  היא אי-זוגית. קבע עבור כל אחת מהפונקציות הבאות האם היא זוגית, אי-זוגית, או לא זה ולא זה. היעזר בדוגמאות.

א.  $f(x)+g(x)$     ב.  $f(x) \cdot g(x)$     ג.  $f(x)-1$     ד.  $g^2(x)$     ה.  $x \cdot g(x)$

5. הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית. האם גם הפונקציות הבאות זוגיות? הסבר! היעזר בדוגמאות.

א.  $f(-x)$     ב.  $-f(x^2)$     ג.  $x \cdot f(x)$     ד.  $2x^2 - f(x)$

6. האם הפונקציה  $f(x)=|x-3|+|3+x|$  היא פונקציה זוגית, אי-זוגית, או לא זה ולא זה? נמק!

7. עבור אילו ערכים של הפרמטר  $a$  הפונקציה  $f(x) = (a^2 - 5a + 6)x + a^2 - 4$  היא פונקציה:

א. זוגית.    ב. אי-זוגית.    ג. גם זוגית וגם אי-זוגית.    ד. לא זוגית ולא אי-זוגית.

8. הוכח: אם פונקציה היא אי זוגית ומוגדרת עבור  $x=0$ , אז הגרף שלה עובר דרך הראשית.

9. א.  $f(x)$  היא פונקציה אי זוגית. קבע אם מספר סך כל נקודות המינימום ו/או מקסימום

של פונקציה זו זוגי או אי-זוגי. הסבר.

ב. שאלה זהה עבור פונקציה זוגית.