

שיטות שונות למציאת גורם משותף מקסימלי:

שיטה ראשונה: פירוק לגורמים ראשוניים.
נתבונן בשני מספרים: 28 ו-70.
נפרק כל אחד מהם לגורמים ראשוניים:

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ & 14 & 2 \\ & 7 & 7 \\ & 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 70 & 2 \\ & 35 & 5 \\ & 7 & 7 \\ & 1 & \end{array}$$

ומכאן שהגורם המשותף המקסימלי הוא: $2 \cdot 7 = 14$

שיטה שנייה: האלגוריתם האוקלידי (euclidean Algorithm):

השיטה מבוססת על תכונה מתמטית בסיסית. אם C הוא גורם משותף של a ו- b אז הוא גורם משותף גם של ההפרש ביניהם.

נתבונן בדוגמה הבאה: נחפס את הגורם המשותף למספרים: 2048 ו-3675.
בכל שלב, נשאיר את המספר הקטן מבין השניים ובמקום השני נרשום את ההפרש ביניהם.

$$\begin{aligned} & (3675, 2058) \rightarrow (2058, 3675-2058) \rightarrow (2058, 1617) \rightarrow \\ & (1617, 2058-1617) \rightarrow (1617, 441) \rightarrow (441, 1176) \rightarrow \\ & (441, 735) \rightarrow (441, 294) \rightarrow (294, 147) \rightarrow (147, 147) \end{aligned}$$

(רק בשני השלבים הראשונים הדגמנו את החיסור). אנו מקבלים בתהליך מהיר כי הגורם המשותף המקסימלי הוא 147.

דוגמה נוספת: יש למצוא גורם משותף בין המספרים: 224 ו-98. נפעיל שוב את האלגוריתם האוקלידי:

$$\begin{aligned} & (98, 224) \rightarrow (98, 126) \rightarrow (98, 28) \rightarrow \\ & (28, 70) \rightarrow (28, 42) \rightarrow (28, 14) \rightarrow \\ & (14, 14) \end{aligned}$$

ואכן הגורם המשותף המקסימלי הוא 14.

שיטה שלישית: הצגת שברים מיצריים.

המצרים הקדומים הגדירו שברים באופן שבעיניהם היה "אסתטי".
שבר אסתטי הוא שבר שהמונה שלו הוא 1. כדי להגיע למצב זה, בכל מקרה בו המונה היה מספר שונה מ-1, הם חילקו מונה ומכנה בערך המונה.

כך למשל:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$$

כך מתקבל שבר אסתטי!

דוגמה נוספת:

$$\frac{25}{91} = \frac{1}{\frac{91}{25}} = \frac{1}{3 + \frac{16}{25}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{25}{16}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{16}{9}}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{7}{9}}}}$$

$$= \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{7}{9}}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}}}} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}}$$

קיבלנו ביטוי הכולל שברים בהם המונה הוא 1, תנאי להיות השבר "אסתטי" בעיני המצרים הקדומים. לאחר שהבנו את שיטת רישום השברים המצרים, נראה כיצד זה מתקשר למציאת גורם משותף מקסימלי. אם בבניית שבר מצרי הגענו לשלב בו ניתן **לצמצם**, גורם הצמצום הוא הגורם המשותף המקסימלי! נשתמש בדוגמאות שהצגנו בשיטות הקודמות.

דוגמה ראשונה:

$$\frac{2058}{3675} = \frac{1}{\frac{3675}{2058}} = \frac{1}{1 + \frac{1617}{2058}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2058}{1617}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{441}{1617}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1617}{441}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{294}{441}}}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{441}{294}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{147}{294}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$$

בשלב האחרון, צימצמו מונה ומכנה ב-147, זהו הגורם המשותף המקסימלי!

דוגמה שנייה:

$$\frac{98}{224} = \frac{1}{\frac{224}{98}} = \frac{1}{2 + \frac{28}{98}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{98}{28}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{14}{28}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}$$