

השתלמות מופת תשע"ד

1. גודלן של זוויות המשולש במעלות, הם שלושה מספרים, שהקטן מביניהם הוא מספר דו ספרתי. כל מספר מתחלק ללא שארית במספר/ים הקטן/ים ממנו. (למשל: 5, 15, 45)
מצאו את זוויות המשולש (כל האפשרויות).

2. נתונות שלוש פונקציות קוויות :

$$(א) \quad y = 4x + 8 \quad (ב) \quad y = -x - 2 \quad (ג) \quad y = ax$$

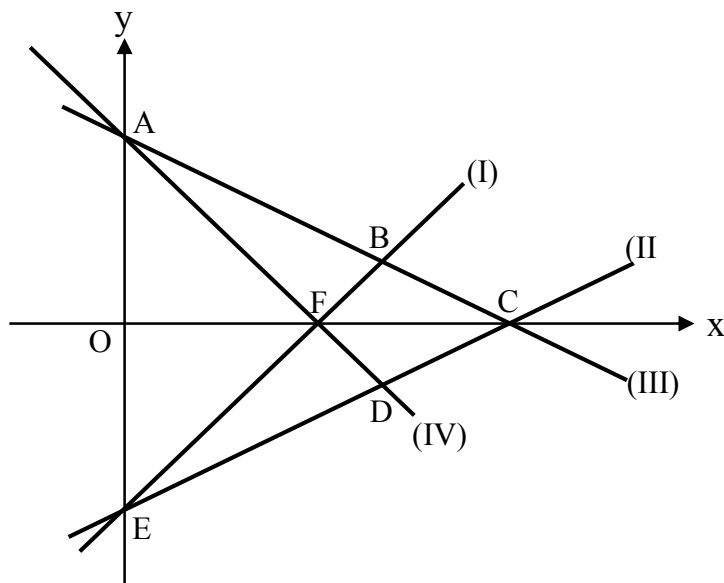
מהו מספר הנקודות המשותפות הקטן ביותר והגדול ביותר האפשרי לגרפים של שלוש הפונקציות, ועבור איזה ערכים של a זה מתקיים?

3. נתונות ארבע פונקציות קוויות :

$$(א) \quad 2y = x - 6 \quad (ב) \quad 2y + x = 6 \quad (ג) \quad y = x - 3 \quad (ד) \quad x + y = 3$$

והגרפים שלהן I, II, III, IV במערכת צירים אחת.

התאימו לכל גרף פונקציה מתאימה. נמקו.



תשובות, הצעות לפתרון, מה עוד ניתן לשאול

1. גודלן של זוויות המשולש במעלות, הם שלושה מספרים, שהקטן מביניהם הוא מספר דו ספרתי. כל מספר מתחלק ללא שארית במספרים הקטנים ממנו. (למשל: 5, 15, 45)
מצאו את זוויות המשולש (כל האפשרויות).

נסמן את הזוויות: α, β, γ

מתקיים:

א. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

ב. $10 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 99$

ג. $\beta = n\alpha, \gamma = m\beta$ כאשר n, m מספרים טבעיים.

$\alpha + n\alpha + mn\alpha = 180^\circ, n, m \neq 1$ מס' טבעיים.

$$\alpha(1 + n + mn) = 180 \quad \alpha = \frac{180}{1 + n + mn}$$

$1 \leq n(1 + m) \leq 17$, ולכן: $2 \leq 1 + n + mn \leq 18$

היות ש- α מספר שלם, הביטוי $1 + n(1 + m)$ יכול לקבל את ערכי המחלקים של 180 בין 2 ל-18, שהם:

2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18

והביטוי $n(1 + m)$ יכול לקבל את הערכים: 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 14, 17

המספרים הראשוניים נפסלים מיד, כיון ש- $n, m \neq 1$, ולכן האפשרויות שנשארות הן: 4, 8, 9, 14

נבדוק פירוק של כל אחד מהמספרים לגורמים שונים מ-1.

I. $4 = 2 \cdot 2 \quad n(1 + m) = 4$

אם $1 + m = 2, n = 2$, ואז $m = 1$, לכן אפשרות זו נפסלת.

II. $8 = 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2 \quad n(1 + m) = 8$

אם $1 + m = 4, n = 2$, ואז $m = 3$, והזוויות הן: $\alpha = \frac{180^\circ}{1 + 2 + 6} = 20^\circ, \beta = 40^\circ, \gamma = 120^\circ$ $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$

אם $1 + m = 2, n = 4$, ואז $m = 1$, לכן אפשרות זו נפסלת.

III. $9 = 3 \cdot 3 \quad n(1 + m) = 9$

אם $1 + m = 3, n = 3$, ואז $m = 2$, והזוויות הן: $\alpha = \frac{180^\circ}{1 + 3 + 6} = 18^\circ, \beta = 54^\circ, \gamma = 108^\circ$ $18^\circ, 54^\circ, 108^\circ$

IV. $14 = 2 \cdot 7 = 7 \cdot 2 \quad n(1 + m) = 14$

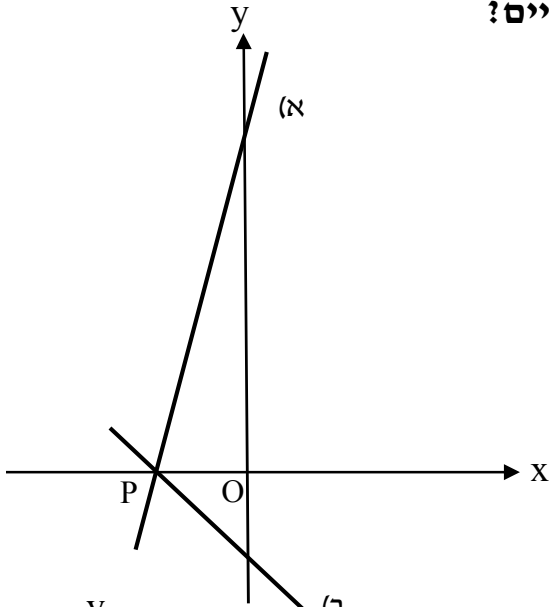
אם $1 + m = 7, n = 2$, ואז $m = 6$, והזוויות הן: $\alpha = \frac{180^\circ}{1 + 2 + 12} = 12^\circ, \beta = 24^\circ, \gamma = 144^\circ$ $12^\circ, 24^\circ, 144^\circ$

אם $1 + m = 2, n = 7$, ואז $m = 1$, לכן אפשרות זו נפסלת.

2. נתונות שלוש פונקציות קוויות :

(א) $y = 4x + 8$ (ב) $y = -x - 2$ (ג) $y = ax$

מהו מספר הנקודות המשותפות הקטן ביותר והגדול ביותר האפשרי לגרפים של שלוש הפונקציות, ועבור איזה ערכים של a זה מתקיים?



שרטוט הגרפים של הפונקציות :

לשני הישרים (א) ו-(ב) יש נקודה משותפת על ציר ה- x . הישר השלישי עובר דרך ראשית הצירים.

הגרף השלישי חייב לחתוך לפחות ישר אחד, לכן המספר הקטן ביותר של נקודות משותפות הוא 1. במקרה זה :

- (I) הישר הנוסף יקביל לישר (א) כלומר $a = 4$, ויחתוך את ישר (ב).
- (II) הישר הנוסף יקביל לישר (ב) כלומר $a = -1$, ויחתוך את ישר (א).
- (III) הישר הנוסף יעבור דרך נקודת החיתוך המשותפת B, ודרך ראשית הצירים, ולכן יתלכד עם ציר x , כלומר $a = 0$.

המספר הגדול ביותר של נקודות משותפות הוא 2.

אין אפשרויות נוספות, ולכן מקרה זה יתקיים עבור כל שאר ערכי a .

כלומר : $a \neq 4, -1, 0$

ומה עוד ?

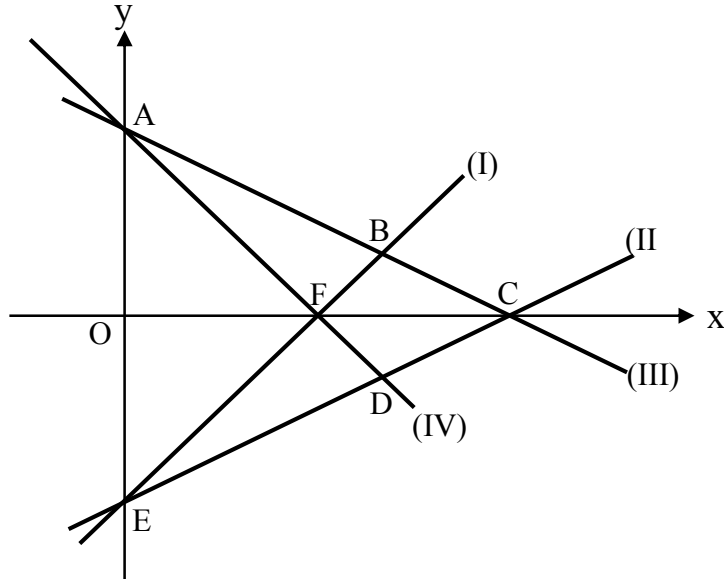
- 1. אותן שאלות על ישרים שנחתכים על ציר y : (א) $y = 4x - 2$ (ב) $y = -x - 2$
- 2. אותן שאלות על ישרים שלא נחתכים על הצירים : (א) $y = 4x + 8$ (ב) $y = -x + 3$

3. נתונות ארבע פונקציות קוויות :

(א) $2y = x - 6$ (ב) $2y + x = 6$ (ג) $y = x - 3$ (ד) $x + y = 3$

והגרפים שלהן I, II, III, IV במערכת צירים אחת.

התאימו לכל גרף פונקציה מתאימה. נמקו.



ומה עוד ?

1. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E, F. (התייחסות לסימטריה)
2. איזה מהמשולים שבציור הם ישרי זווית? (התייחסות ל-AFE)
3. מצאו זוגות של משולשים חופפים.
4. מצאו את שטחו ואת היקפו של המשולש AFC. הציעו דרכים שונות למציאת השטח. (חישוב ישיר, חיסור שטחים, AF תיכון במשולש AOC)
5. מצאו את שטח המרובע BCDF.
6. מצאו את היקף המרובע BCDF.
7. עבור איזה ערך של a, עם הוספת הישר $y = ax$ יתקבל משולש דומה למשולש ABE ?
8. מצא ערך של a, עבורו עם הוספת הישר $y = ax$ יתקבל משולש דומה למשולש קיים אחר ?
9. חשבו את זווית BCDF.