



פרבולה והפונקציה הריבועית- הצעה לרצף הוראה תשע"ג

15 שעות הוראה לנושא בתוכנית לימודים לכיתה ח' מופת .

להלן הצעה לרצף השיעורים בנושא.

בהצעה להוראת הנושא ציטטנו תרגילים, הסברים ונושאים לדיון מתוך הספרים :

מתמטיקה לכיתה ט' של :

- שבילים, מטח המרכז לטכנולוגיה חינוכית
- גבי יקואל ורחל בלומנקרנץ, משבצת ספרי מתמטיקה
- מתמטיקה משולבת, המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע
- אפשר גם אחרת, היחידה לחקר החינוך מתמטי
- יצחק שלו ואיתי עוזרי

הדוגמאות המופיעות כאן הן מספרי שבילים ומכון ויצמן מכיוון שהם מאפשרים העתקה והדבקה. לשאר הספרים כיוונו בעזרת ציון העמודים מהספר.

רצף השיעורים :

- | | | |
|---------------|--|--------|
| שיעור 1 | סימטריה והכרת הפונקציות : $y=x^2$ ו $f(x)=-x^2$ | עמ' 2 |
| שיעור 2 | שיקוף והזזה על ציר Y. | עמ' 6 |
| שיעור 3 | כיווץ ומתיחה. | עמ' 9 |
| שיעור 4 | הזזה אופקית על ציר X. | עמ' 12 |
| שיעור 5 | הזזות אופקיות ואנכיות וסיכום כל ההזזות. | עמ' 15 |
| שיעור 6 | הצגת הפונקציה הריבועית בצורת מכפלה. | עמ' 19 |
| שיעור 7-8 | הצגת הפונקציה הריבועית בצורת קודקודית (השלמה לריבוע) | עמ' 21 |
| שיעור 9 | נוסחה לפתרון משוואה ריבועית. | עמ' 25 |
| שיעור 10 | ציר הסימטריה של הפרבולה ושיעור הקודקוד | עמ' 29 |
| שיעורים 11-15 | יישומים דינאמיים, תרגול+ מבדק | עמ' 31 |



שיעור 1 סימטריה והכרת הפונקציות: $y=x^2$ ו $f(x)=-x^2$

התלמידים נפגשו ועסקו בסימטריה בביה"ס היסודי ובמכינת מופת בסוף כיתה ו' (חוברת מכינה ע"מ 104-106).

ממתטיקה משולבת, כיתה ט', חלק א', עמ' 79

1. א. העתיקו למחברת את הצורות הבאות וסמנו, אם אפשר, את צירי הסימטריה של כל אחת מהן.



ב. לאילו צורות אין ציר סימטריה?
לאילו צורות יש יותר מציר סימטריה אחד?

2. לאילו מהספרות 0 - 9 יש ציר סימטריה אחד?
לאילו אין ציר סימטריה?
לאילו יש יותר מציר סימטריה אחד?

לשיעורי בית: מתמטיקה משולבת, כיתה ט', חלק א', עמ' 82 (תרגיל 3):

3. מהי הצורה הבאה בכל אחת מן הסדרות הבאות?

ב.

א.

↑ ∞ 3∞...

∩ ∪ ∩...



פעילות בכיתה:

א. נשרטט את גרף הפונקציה: $y = x^2$.

כמה נקודות צריך לשרטוט? איזה ערכי נקודות? נעזר בטבלה:

3. א. צרו טבלה והשלימו מספרים מתאימים לערכי הפונקציה $y = x^2$

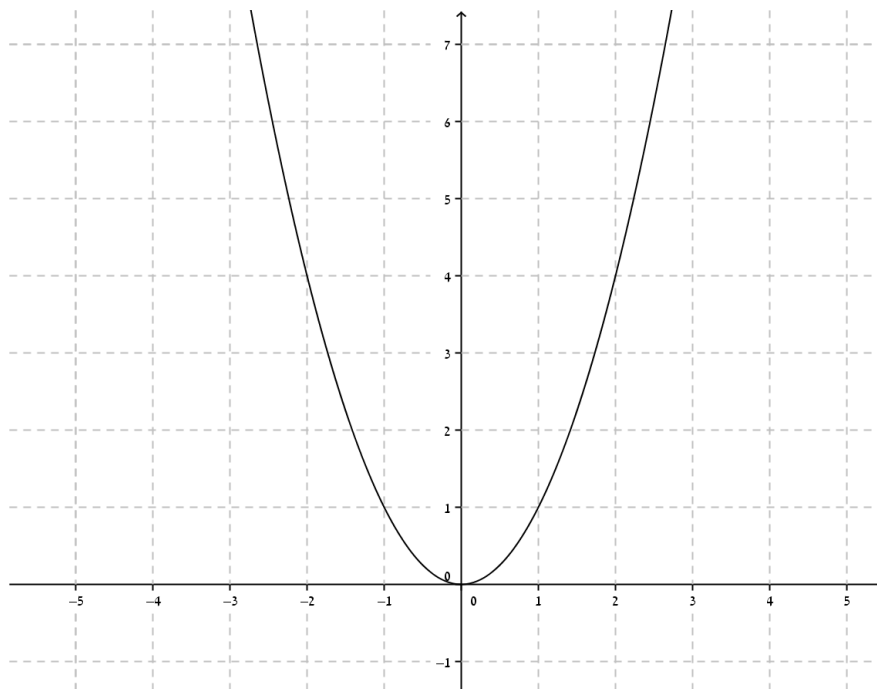
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$											

ב. היעזרו בטבלה ושרטטו על נייר משובץ את גרף הפונקציה $y = x^2$.

ג. מה מאפיין את צורת הגרף של הפונקציה $y = x^2$?

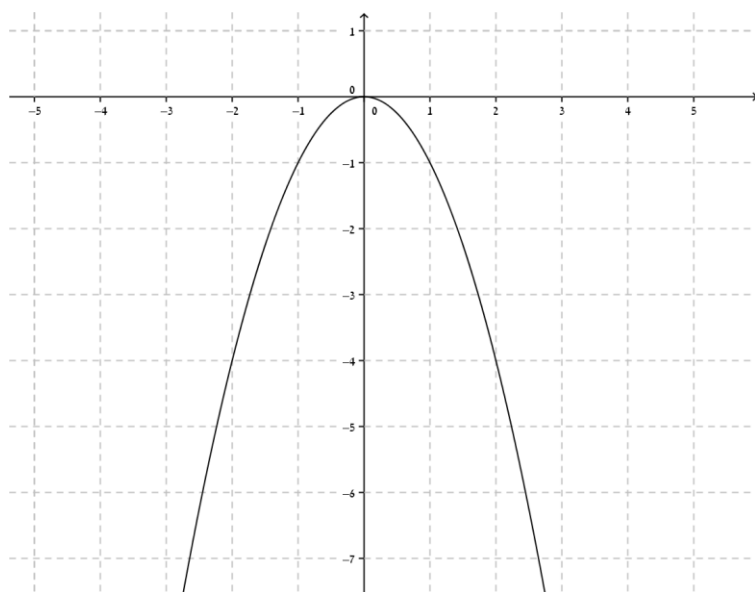
ציר סימטריה, תחומי עליה/ירידה, חיוביות/שליליות, קדקוד הפרבולה, נקודות חיתוך עם צירים, נקודות סימטריות....

(מתמטיקה משולבת, כתה ט', חלק א', עמ' 79)





ב. כמו בסעיף א' עבור הפונקציה : $f(x) = -x^2$



שרטוט בעזרת גאוגברה וחקירה :

ציר סימטריה, תחומי עליה/ירידה,

חיוביות/ שליליות, קדקוד הפרבולה,

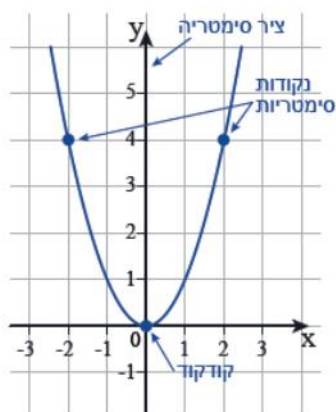
נקודות חיתוך עם צירים, נקודות סימטריות...

מה מאפיין את הגרף?

$$f(1) = ?$$

$$x = ? \quad f(x) = f(1)$$

$$x = ? \quad f(x) = 9$$



הפונקציה $y = x^2$ נקראת פונקציה ריבועית.
גרף הפונקציה נקרא פרבולה.

תכונות הפרבולה:

- ציר y הוא ציר הסימטריה של הפרבולה.
אומרים גם: משוואת ציר הסימטריה היא $x = 0$.
- זוג נקודות שיש להן אותו שיעור y , נמצאות במרחק שווה מציר הסימטריה, והן סימטריות זו לזו.
על הגרף יש אינסוף נקודות סימטריות זו לזו.
- הנקודה $(0, 0)$ סימטרית לעצמה.
- נקודת המפגש של הגרף עם ציר הסימטריה נקראת קודקוד.
- נקודת הקודקוד של $y = x^2$ היא נקודת מינימום ושיעוריה $(0, 0)$.
בנקודת המינימום הפונקציה מקבלת את הערך הנמוך ביותר.
- הפרבולה $y = x^2$ יורדת בתחום $x < 0$, ועולה בתחום $x > 0$.
- קצב העלייה והירידה של הפרבולה אינו קבוע:
הפרבולה יורדת בקצב הולך וקטן עד נקודת הקודקוד, ומשם עולה בקצב הולך וגדל.
- הפונקציה $y = x^2$ חיובית בכל התחום - פרט ל- $x = 0$ (רושמים: $x \neq 0$)

(מתמטיקה משולבת, ספר א', עמ' 80)

שעורי בית

1. במערכת הצירים שבה השרטוט של $Y=x^2$ שרטט את שתי הפרבולות: $Y=x^2+4$ ו $y=x^2-1$ וחקור אותן.
 2. במערכת הצירים שבה השרטוט של $Y=-x^2$ שרטט את שתי הפרבולות: $Y=-x^2+4$ ו $y=-x^2-3$ וחקור אותן.
- מה דומה ומה שונה בפרבולות בהשוואה ל $Y=-x^2$ ול $Y=x^2$?



שיעור 2 – שיקוף והזזה על ציר Y.

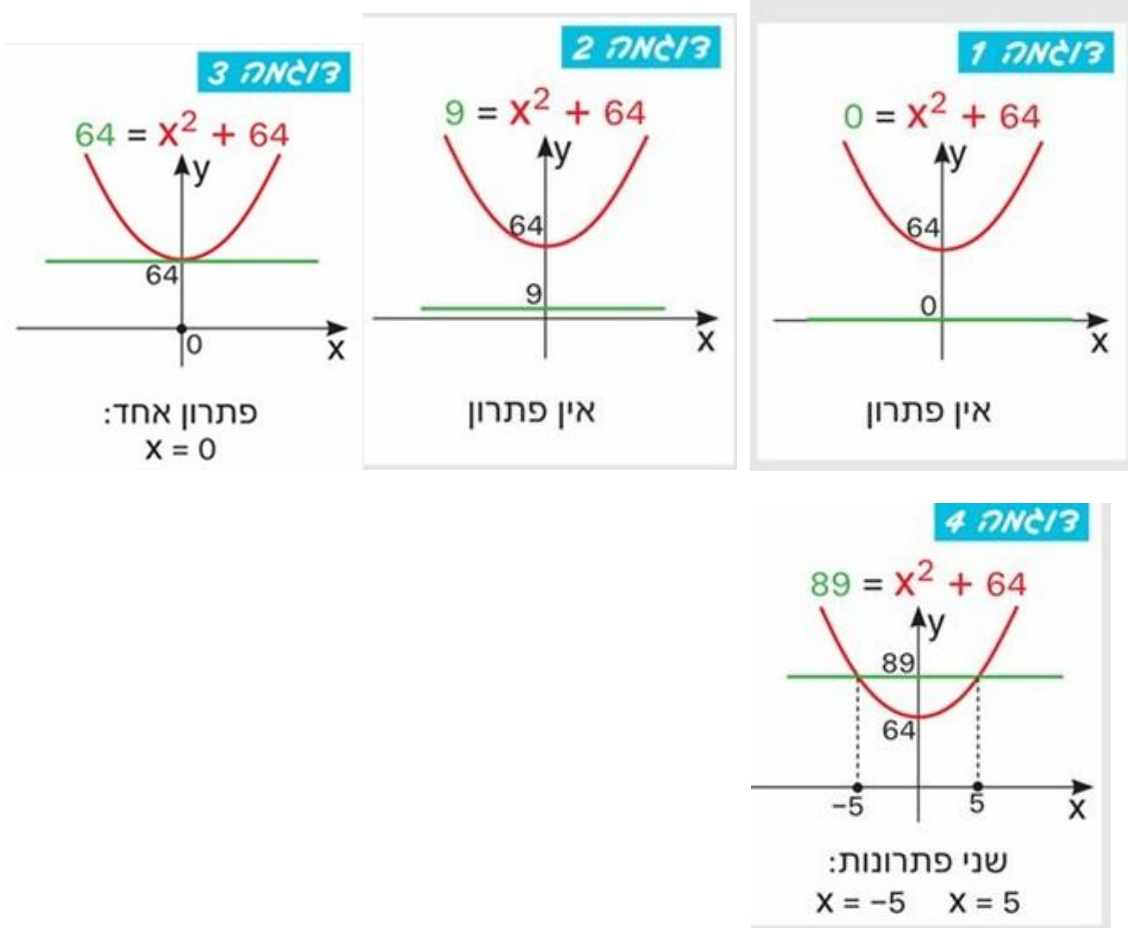
דיון וסיכום שיעורי הבית (שיקוף ביחס לציר X והזזה על ציר Y) בעזרת שרטוט סקיצה וחקירת הפונקציות:

$$y = x^2 - 5 \quad \text{ו} \quad Y = -x^2 + 5$$

לשאל: כיצד אפשר לקבל הפונקציה ע"י הזזת $y = x^2$, מציאת נקודות אפס, נקודת הקיצון, ציר סימטריה, נקודת חיתוך עם ציר Y, תחומי עליה וירידה, חיוביות ושליליות.

- כמה פתרונות למשוואה $x^2 + 5 = 9$ (להיעזר בסקיצה).
- פתרו את המשוואה.

סיכום משבילים ט, חלק 2, עמ' 9 סעיף 18:





שיעורי בית :

שבילים ט , חלק 2, עמ' 9 סעיף 18

18 בכל סעיף נתונה משוואה.

1 כתבו כמה פתרונות יש למשוואה (היעזרו בגרף).

2 פתרו את המשוואה.

א| $0 = x^2 - 25$

ג| $x^2 - 25 = 11$

ב| $x^2 - 25 = -30$

ד| $-25 = x^2 - 25$

מתמטיקה משולבת, כתה ט חלק א' , עמ' 92 :

5. נופר בחרה מספר וכפלה אותו בעצמו. את המכפלה חיסרה מ- 25.

חוק הפונקציה של נופר הוא: $f(x) = 25 - x^2$

א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה ומצאו את:

iv. שיעורי נקודות האפס

i. משוואת ציר הסימטריה

v. התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
והתחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$).

ii. שיעורי נקודת הקודקוד

vi. מהו x אם $f(x) = 21$?

iii. תחום העלייה ותחום הירידה

ב. הסבירו מהי המשמעות בסיפור של :

iii. $f(x) = 9$

i. נקודות האפס

iv. התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
והתחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$).

ii. נקודת הקודקוד



6. לכל סעיף, שרטטו פרבולה מתאימה, תנו דוגמה לחוק מתאים, ומצאו את שיעורי נקודות האפס.

א. פרבולה $f(x)$, יורדת משמאל ל-0, עולה מימין ל-0, ויש לה נקודת אפס אחת.

ב. פרבולה $g(x)$, יורדת משמאל ל-0, עולה מימין ל-0, ויש לה שתי נקודות אפס.

ג. פרבולה $h(x)$, עולה משמאל ל-0, יורדת מימין ל-0, ואין לה נקודות אפס.

ד. פרבולה $m(x)$, עולה משמאל ל-0, יורדת מימין ל-0, ויש לה שתי נקודות אפס.

כהכנה לשיעור הבא:

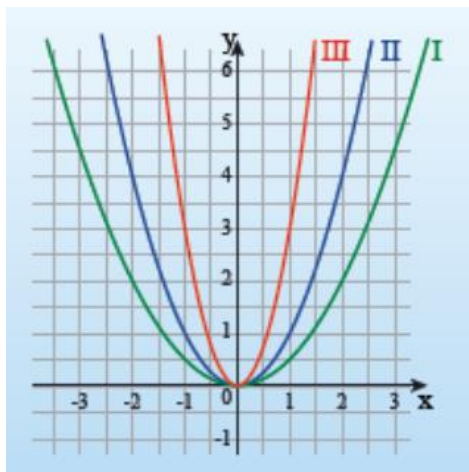
במערכת צירים אחת שרטטו את: $Y=x^2$, $Y=5x^2$ ו $y=0.5x^2$ וחקרו אותן.

במערכת צירים אחת שרטטו את $Y=-x^2$, $Y=-3x^2$ ו $y=-0.5x^2$ וחקרו אותן.



שיעור 3 – כיווץ ומתיחה.

סיכום שיעורי הבית בעזרת: מתמטיקה משולבת, כתה ט חלק א', עמ' 118 סעיף 2



חוקי הפונקציות הם:

$$f(x) = x^2$$

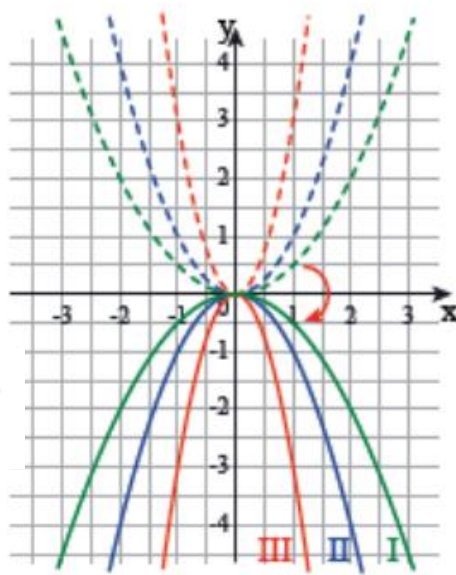
$$g(x) = 0.5x^2$$

$$h(x) = 3x^2$$

איזה חוק מתאים לכל אחד מהגרפים?

איזו מהפונקציות היא ה"מכווצת" ביותר? איזו פונקציה היא ה"רחבה" ביותר?

כיצד משפיע a המקדם של x^2 על צורת הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ (שימו לב, המקדם של x^2 בביטוי $f(x) = x^2$ הוא 1)



בשרטוט, שיקפנו את שלוש הפרבולות על ציר x

א. התאימו חוק לכל אחת מן הפרבולות ההפוכות:

$$t(x) = -x^2 ; m(x) = -0.5x^2 ; s(x) = -3x^2$$

ב. איזו מהפונקציות היא ה"מכווצת" ביותר?

איזו פונקציה היא ה"מתוחה" ביותר?

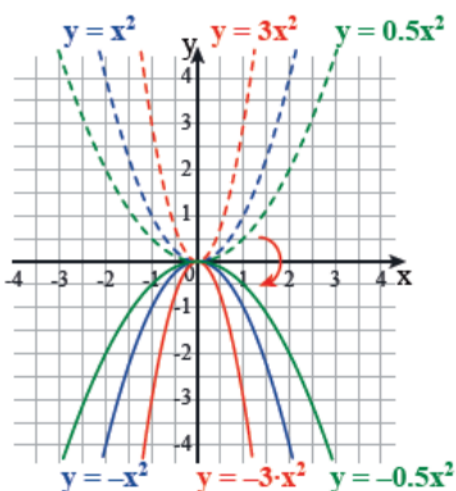
ג. כיצד משפיע המקדם a של x^2 על צורת הגרפים

של הפונקציות $s(x)$, $m(x)$, $t(x)$?



$y = ax^2$ היא משפחה של פונקציות.

הפונקציות של המשפחה $y = ax^2$ מתקבלות כשמציבים מספר כלשהו ב- a ($a \neq 0$)



אם a חיובי ($a > 0$)

- הפרבולה ישרה ("צוחקת") ויש לה נקודת מינימום
- ככל ש- a גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר
- הפרבולה יורדת בתחום $x < 0$
- הפרבולה עולה בתחום $x > 0$
- התחום בו הפונקציה חיובית: כל התחום פרט ל- $x = 0$
- התחום בו הפונקציה שלילית: אף מספר

אם a שלילי ($a < 0$)

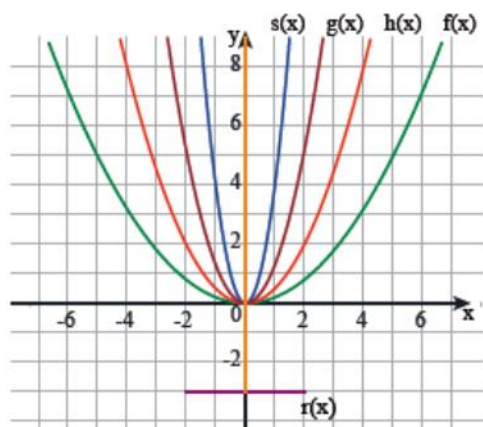
- הפרבולה הפוכה ("בוכה") ויש לה נקודת מקסימום
- ככל ש- a קטן יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר
- הפרבולה עולה בתחום $x < 0$
- הפרבולה יורדת בתחום $x > 0$
- התחום בו הפונקציה חיובית: אף מספר
- התחום בו הפונקציה שלילית: כל התחום פרט ל- $x = 0$

תכונות משותפות למשפחה $y = ax^2$

- ככל ש- $|a|$ (הערך המוחלט של a) גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר.
- משוואת ציר הסימטריה: $x = 0$
- שיעורי נקודת הקודקוד: $(0, 0)$
- שיעורי נקודת האפס: $(0, 0)$
- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 0)$



שיעורי בית: מתמטיקה משולבת, כיתה ט חלק א', עמ' 121 סעיפים 3-6.



3. החנוכייה שלפניכם מורכבת מארבע פרבולות

ושני קטעים ישרים.

התאימו חוק לכל גרף.

$$y = 0.5x^2$$

$$y = 0.2x^2$$

$$y = 4x^2$$

$$y = -3$$

$$x = 0$$

$$y = 1.3x^2$$

4. מצאו את ערך הפונקציה $f(x) = 3x^2$ לפי ערך x הנתון.

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 = 12 \quad \text{זלזלז}$$

א. $f(0)$

ב. $f(-3)$

ג. $f(5)$

5. פתרו את המשוואות.

$$5x^2 = 20 \quad / :5$$

זלזלז:

$$x^2 = 4$$

$$x = -2 \quad \text{או} \quad x = 2$$

א. $2x^2 = 50$

ב. $3(x^2 - 1) = 0$

ג. $6x^2 = 24$

ד. $-5x^2 = 0$

ה. $-x^2 = 3x^2$

ו. $-2x^2 = 1$

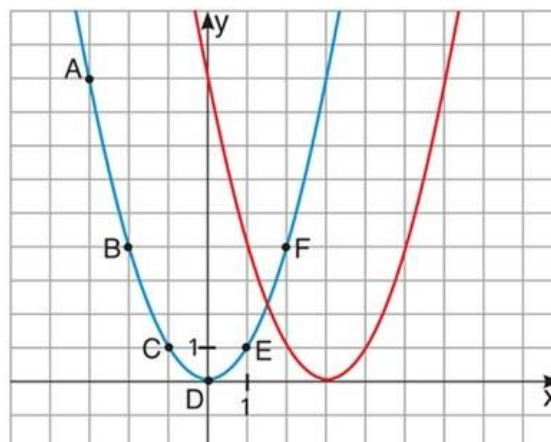


שיעור 4 – הזזה אופקית על ציר X

דיון בשאלה כמו בשבילים ט, חלק 2, עמ' 11 סעיף 27:

לפניכם שתי פונקציות ריבועיות בשלושה ייצוגים:

$f(x) = x^2$			$g(x) = (x - 3)^2$	
x	$f(x) = x^2$		x	$g(x) = (x - 3)^2$
-3	9	→		
-2	4	→		
-1	1	→		
0	0	→		
1	1	→		
2	4	→		
3	9	→		



א. האם אפשר לקבל את הפרבולה $g(x)$ על ידי הזזה של הפרבולה $f(x)$?

אם כן – תארו את ההזזה. אם לא – הסבירו מדוע.

לערוך דיון שבו מה דומה ומה שונה בשתי הפרבולות בהתייחסות ל: ציר סימטריה, תחומי חיוביות/שליליות...

ב. סמנו על הפרבולה $g(x) = (x - 3)^2$ נקודות המתאימות לנקודות המסומנות על הפרבולה $f(x) = x^2$.

השלימו בטבלת הערכים של הפונקציה $g(x)$ את הערכים המתאימים לנקודות.

מהו הקשר בין הערכים של הפונקציות בכל שורה? כיצד הוא מסביר את הקשר בין הגרפים?

ג. כיצד הביטוי $g(x) = (x - 3)^2$ מסביר את הקשר בין הגרפים?

ד. סרטטו סקיצה של פרבולה שתתקבל על ידי הזזה אופקית של הפרבולה $f(x) = x^2$

שלוש יחידות שמאלה. נסו לכתוב ביטוי מתאים.

ה. סרטטו סקיצה של הפרבולה $m(x) = -(x - 2)^2$



פתור את המשוואה :

$(x-3)^2 = 16$ איך נפתור? (יפתחו סוגריים ואח"כ טרינום? .. אין עדיין את נוסחת השורשים).

מה משמעות הפתרון שקיבלנו?

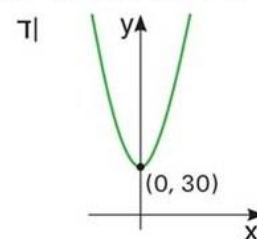
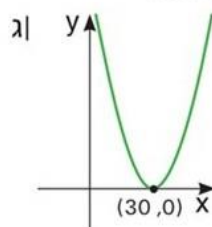
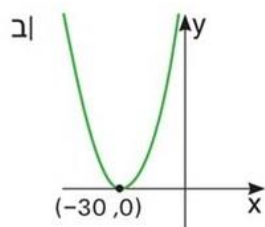
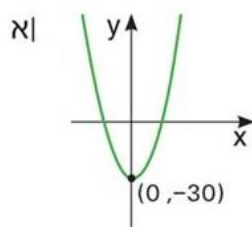
איך ניתן לפתור ללא פתיחת הסוגריים? (הוצאת שורש)

שעורי בית- תרגילים כדוגמת:

שבילים ט , חלק 2, עמ' 14 סעיף 32 :

בכל סעיף נתונה פרבולה שהתקבלה אחרי הזזה של הפרבולה $f(x) = x^2$.

כתבו את הביטוי של הפרבולה.



שבילים ט , חלק 2, עמ' 14 תרגיל 35 סעיפים: א-ד, ח:

בכל סעיף:

35

• סרטטו סקיצה וסמנו בה את הפתרון.

• פתרו (היעזרו בגרף).



א| $(x - 5)^2 = 16$

ב| $x^2 + 9 = 0$

ג| $x^2 - 16 = 0$

ד| $1 = (x + 3)^2$

ה| $(x - 2)(4 + x) = 0$

ו| $x^2 - 9 < -10$

ז| $0 \leq (x - 7)^2$

ח| $(x + 1)^2 > 0$

ט| $(x - 16)^2 < -16$

י| $(x + 1)(3 + x) < 0$

גבי יקואל, מתמטיקה לכיתה ט חלק א', עמ' 127 תרגיל 10:

(אין אפשרות להעתיק מהספר-נשתמש בספר עצמו בהשלמות)

וכהכנה לשיעור הבא כמו במתמטיקה משולבת, כתה ט חלק א' עמ' 106 תרגיל 5 רק צד ימין:

5. חקרו את הפונקציה: $y = (x + 1)^2 + 9$;

חוק הפונקציה	$y = (x + 1)^2 + 9$
סקיצה	
משוואת ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקודקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	



שיעור 5 – הזזת אופקיות ואנכיות וסיכום כל ההזזות

דיון על שאלת שעורי הבית : במתמטיקה משולבת, כתה ט חלק א' עמ' 106 תרגיל 5

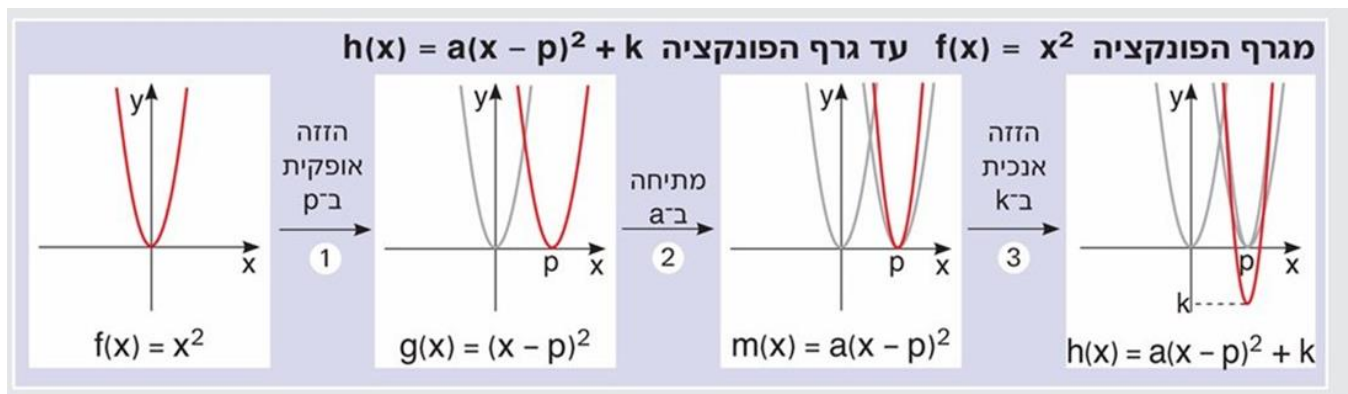
5. חקרו את הפונקציה $y = (x + 1)^2 + 9$:

חוק הפונקציה	$y = (x + 1)^2 + 9$
סקיצה	
משוואת ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקודקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	

מה יקרה כאשר : $y = 2(x + 1)^2 - 8$

ומה כאשר : $y = -0.5(x - 1)^2 - 9$

(לשים דגש על הזזת הפרבולה x^2 וכתובת הקדקוד מצורת כתיבת הפונקציה)





משימות לסיכום (חלקן בכתה וחלקן לשיעורי בית) כדוגמת שבילים ט', חלק 2, עמ' 17

41 בכל סעיף נתונים שיעורי הקדקוד של פרבולה שהתקבלה על ידי הזזה של הפרבולה $f(x) = x^2$. כתבו:

1 ביטוי המתאים לפרבולה שהתקבלה.

2 מהן נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך עם ציר x)?

3 מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y?

א | (2, -1) ב | (-2, -1) ג | (-2, 1) ד | (2, 1)

וכדוגמת שבילים ט', חלק 2, עמ' 20-21

50 א. מהו ציר הסימטריה של פונקציה מהצורה $f(x) = x^2 + c$ (c מספר כלשהו)?

ב. תארו מספר רב ככל האפשר של מאפייני הפונקציה $h(x) = x^2 + 7$.

ג. תארו מספר רב ככל האפשר של מאפייני הפונקציה $h(x) = x^2 - 4.5$.

ד. קדקוד הפונקציה מהצורה $f(x) = x^2 + c$ נמצא בנקודה (0, 3). מהו הערך של c?

ה. באיזו נקודה נמצא קדקוד הפונקציה $f(x) = x^2 - 234$?

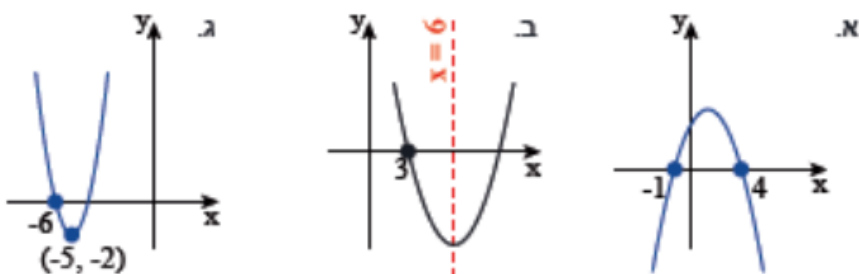
ו. עבור כל הערכים של x ערכי הפונקציה מהצורה $f(x) = x^2 + c$ גדולים מ-8.

כתבו שלוש דוגמאות של פונקציות מתאימות.

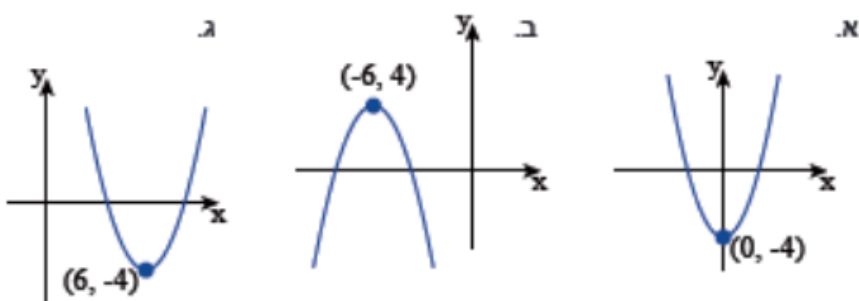


ובמתטיקה משולבת, כתה ט חלק א' עמ' 112 תרגילים 3-4 :

3. בכל סעיף, רשמו את שיעורי נקודות האפס, ואת התחומים בהם הפונקציה חיובית ושלילית.



4. בכל סעיף, רשמו את חוק הפונקציה, את שיעורי נקודות האפס, ואת התחומים בהם הפונקציה חיובית ושלילית.





שיעור 6- הצגת הפונקציה הריבועית בצורת מכפלה

- האם לדעתכם אפשר להציג את הפונקציה $f(x) = x^2 - 25$ בצורת מכפלה? אם כן הציגו. אם לא הסבירו מדוע.
- מה היתרונות בכל אחת מההצגות?
- האם לדעתכם אפשר להציג את הפונקציה $g(x) = (x-1)^2 - 4$ בצורת מכפלה? אם כן הציגו. אם לא הסבירו מדוע.

(להדגיש את היתרון בהצגה כמכפלה- למציאת נקודות האפס)

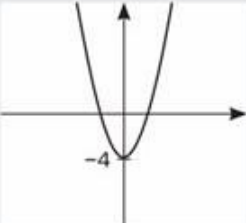
שבילים ט, חלק 2, עמ' 17 תרגיל 44 (חלק מהסעיפים בכתה וחלק לשיעורי בית)

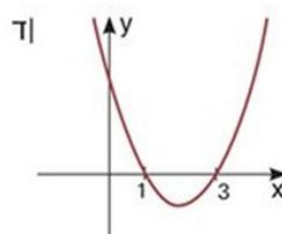
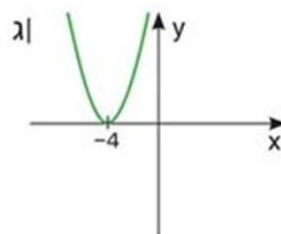
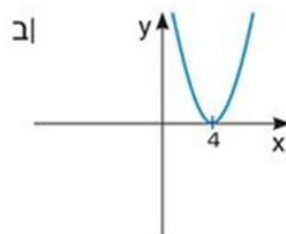
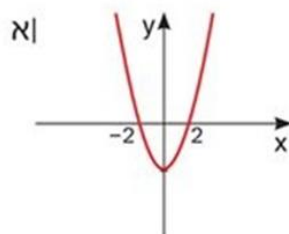
בכל סעיף נתונה פרבולה שהתקבלה על ידי הזזה של הפרבולה $f(x) = x^2$.

לכל פרבולה כתבו ביטויים בשלוש צורות (כתבו תחילה את הצורה שהנתונים בסרטוט "מבליטים" אותה):

- צורת מכפלה $g(x) = (x - m)(x - n)$
- צורה קדקודית $g(x) = (x - p)^2 + k$
- צורה סטנדרטית $g(x) = x^2 + bx + c$

צורה

	צורה קדקודית על פי שיעורי הקדקוד $(0, -4)$ $g(x) = (x - 0)^2 - 4$ $g(x) = x^2 - 4$ 1	צורת מכפלה על פי הנוסחה של הפרש הריבועים: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ 2	צורה סטנדרטית מתקבלת מהביטוי: $g(x) = x^2 - 4$ $g(x) = 1x^2 + 0x - 4$ 3
---	---	--	---





שלוש צורות ביטוי של פונקציה ריבועית שהתקבלה על ידי הזזה של הפונקציה $f(x) = x^2$

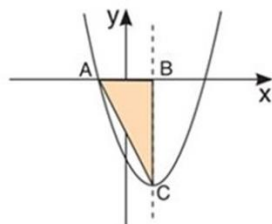
צורה סטנדרטית (טרינום) $f(x) = x^2 + bx + c$	צורה קדקודית $f(x) = (x - p)^2 + k$	צורת מכפלה $f(x) = (x - m)(x - n)$	צורות הביטוי מאפייני הפרבולה
-	-	$(m, 0), (n, 0)$	נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר X (נקודות האפס של הפונקציה)
$(0, c)$	-	-	נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר Y
	(p, k)	-	קדקוד הפרבולה

עבודת כיתה ושעורי בית

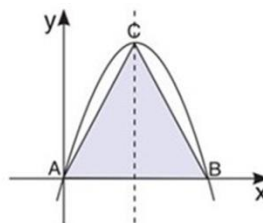
שבילים ט, חלק 2, עמ' 19 תרגיל 47

47 בכל אחד מהסרטוטים מתואר משולש שקדקודו C נמצא על ציר הסימטריה של הפרבולה. חשבו את שטח המשולש. תארו את שלבי הפתרון.

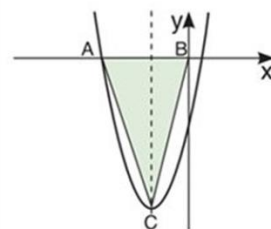
א| $f(x) = (x - 1)^2 - 4$



ב| $f(x) = 2x(3 - x)$



ג| $f(x) = (x + 7)(x - 1)$





שבילים ט, חלק 2, עמ' 19 תרגיל 49

לכל פונקציה:

- כתבו מהם מאפייני הפרבולה שהנתונים בביטוי "מבליטים" אותם.
- סרטטו סקיצה של הפרבולה.

א| $f(x) = x^2 - 20$

ג| $f(x) = (x - 1)^2 - 4$

ה| $f(x) = (x - 1)(x + 1)$

ב| $f(x) = (x - 20)^2$

ד| $f(x) = (x + 1)^2 - 4$

ו| $f(x) = x^2 + 10x + 25$



1. היעזרו בסקיצות שבפתיח והשלימו את **תעודות הזהות** של הפונקציות.

חוק הפונקציה	$y = 2(x - 3)^2$	$y = 2(x - 3)^2 - 8$
סקיצה		
משוואת ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקודקוד		
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)		
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה של הפונקציה		
תחום ירידה של הפונקציה		
התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)		
התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)		

(ממתמטיקה משולבת- מכון ויצמן)



שיעור 7-8 הצגת הפונקציה הריבועית בצורת קודקודית (השלמה לריבוע)

* נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 3x + 2$

- א. מצאו נקודות חיתוך עם ציר x . (פירוק טרינום)
- ב. מצאו את קדקוד הפרבולה (ממוצע של נק' החיתוך עם ציר x ..)
- ג. מצאו את משוואת ציר הסימטריה.
- ד. שרטטו סקיצה של הפרבולה.
- ה. האם הנקודה $(0,2)$ נמצאת על הפרבולה? אם כן מצא נקודה סימטרית לה בשתי דרכים:
 1. במרחק שווה מציר הסימטריה.
 2. שיעור Y שווה.

ו. מצאו זוג נקודות סימטריות שנמצאות על הפרבולה.

ז. כתבו את הפונקציה בצורה קודקודית.

• נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 2x + 5$

כתבו את הפונקציה בצורה קודקודית.

- * נמצא נקודות חיתוך עם ציר x . (אין אפשרות לפירוק טרינום, מה נעשה?)
- * אפשר לקחת שתי נקודות סימטריות שנמצאות על הפרבולה, בעזרתן למצוא את ציר הסימטריה ואת קדקוד הפרבולה. למשל:

כאשר $y=5$ ($0,5$) נקודת החיתוך עם ציר Y קיימת על הגרף)

נקבל: $5 = x^2 + 2x + 5$

$$0 = x^2 + 2x$$

$$x(x+2) = 0$$

הנקודות: $(-2,5)$ $(0,5)$ נמצאות על הפרבולה, לכן שיעור X קדקד: -1
נמצא את שיעור Y קדקוד ע"י הצבה בביטוי הפונקציה נקבל: $y=4$

שיעור הקדקוד: $(-1,4)$

* נכתוב את ביטוי הפונקציה בצורה קודקודית: $x^2 + 2x + 5 = (x - (-1))^2 + 4 = (x+1)^2 + 4$

האם יכולנו לבחור כל Y כדי למצוא הפתרון? שיטה זו אינה טובה מספיק.

נחפש דרך שתביא אותנו תמיד להצגה שמכירים מהזזת הפרבולה x^2 :

השלמה לריבוע $x^2 + 2x + 1 + 4 = (x+1)^2 + 4$



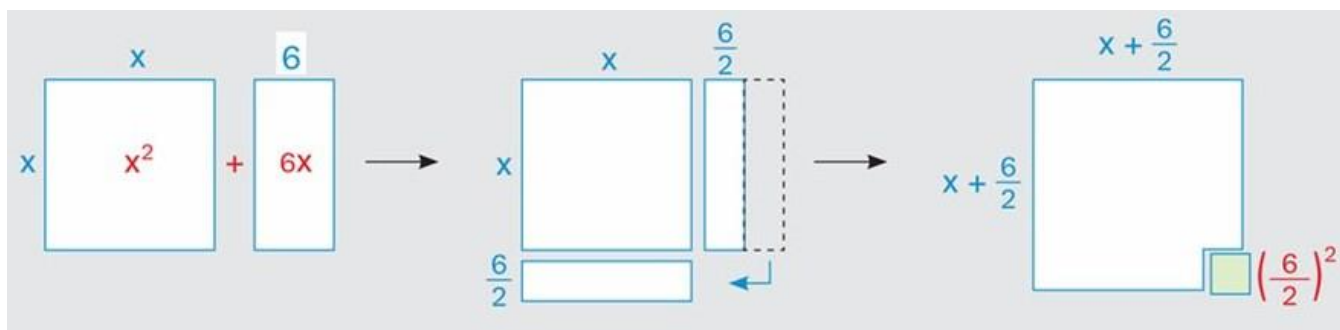
וגם היסטוריה של המתמטיקה:

אל-ח'ואריזמי - הוא זה שהמציא את נוסחת המשוואה הריבועית.



שבילים ט חלק ב' עמ' 55 השלמה לריבוע:

9 א. היעזרו בסרטוט הנתון והציגו את הביטוי $f(x) = x^2 + 6x + 7$ בצורה קדקודית.



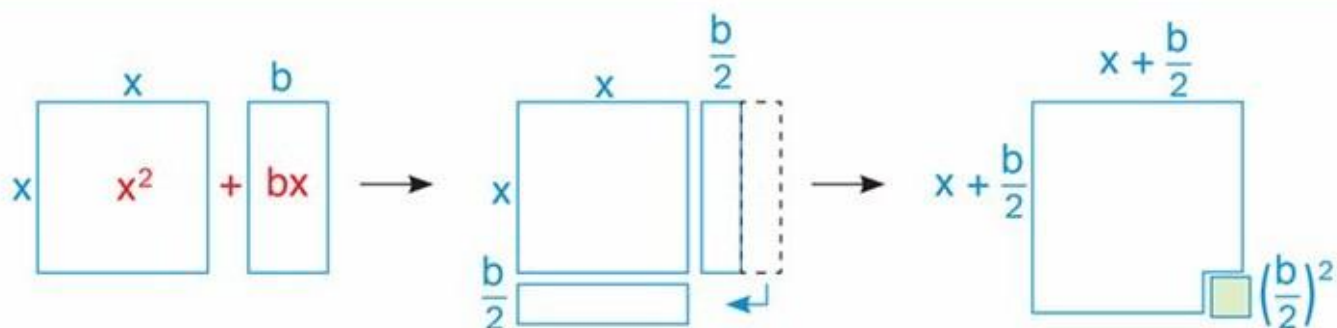
ב. הסבירו מדוע לדעתכם קוראים לתהליך השלמה לריבוע.



השלמה לריבוע

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

ניעזר בגאומטריה ונציג את הביטוי שבאגף השמאלי של המשוואה בצורה קדקודית.



$$x^2 + bx = x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2}x \rightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2}x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$x^2 + bx + c = x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2}x + c = x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2}x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

דוגמה:

$$f(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$x^2 + 3x - 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x - 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 3\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 3\frac{1}{4}$$



תרגול : (שבילים ט חלק ב' עמ' 56)

10 א. היעזרו בדרך של השלמה לריבוע והציגו כל אחד מהביטויים בצורה קדקודית.

1 $f(x) = x^2 + 3x + 7$

2 $f(x) = x^2 + 6x - 1$

3 $f(x) = x^2 + x + 5$

ב. היעזרו בתשובותיכם בסעיף א ופתרו.

1 $x^2 + 3x + 7 = 0$

2 $x^2 + 6x - 1 = 0$

3 $x^2 + x + 5 = 0$

11 פתרו את המשוואות (היעזרו בהוצאת גורם משותף ובהשלמה לריבוע).

א| $3x^2 + 12x - 15 = 0$

ב| $2x^2 + 6x + 10 = 0$

ג| $2x^2 + x + 15 = 0$

סיכום-מה למדנו עד כאן :

שלו ועוזרי ב עמ' 31



שיעור 9 נוסחה לפתרון משוואה ריבועית

שבילים ט חלק ב' עמ' 56

נוסחה לפתרון משוואה ריבועית

השתמשנו בתהליך השלמה לריבוע כדי לפתור משוואה ריבועית. בתהליך כזה אפשר לפתח נוסחאות לפתרון משוואה ריבועית. בעזרת הנוסחאות האלה נוכל לפתור משוואות ריבועיות ללא צורך לחזור על תהליך ההשלמה לריבוע לכל משוואה בנפרד. במסגרת שבעמוד הקודם מוצגת **השלמה לריבוע** בביטוי של פונקציה ריבועית הנתון בצורה סטנדרטית כאשר $a = 1$:

$$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

אם $a \neq 1$, נוציא את a מחוץ לסוגריים ונקבל:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad (\text{בצעו השלמה לריבוע והראו שזה נכון.})$$

לכן אפשר להציג את המשוואה $ax^2 + bx + c = 0$ בצורה: $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0$ כדי לפתור את המשוואה נבטא את x בעזרת a, b, c :

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a} - c$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$



$$\begin{aligned} (x + \frac{b}{2a})^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ \swarrow \quad \searrow \\ x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & \quad x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

כדי לפתור משוואה ריבועית מהצורה $ax^2 + bx + c = 0$ נשתמש בנוסחה למציאת הפתרון:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

מקובל להציג את שתי הנוסחאות של פתרונות המשוואה הריבועית **בנוסחה אחת**:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



דרך נוספת להצגת הנוסחה לפתרון משוואה ריבועית :

$$a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad // \quad 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 - b^2 + 4ac = 0$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שבילים ט חלק ב' עמ' 59

מספר הפתרונות של משוואה ריבועית

למשוואה ריבועית יכולים להיות: **שני פתרונות** או **פתרון יחיד** או **אין פתרון**.

אפשר לקבוע את מספר הפתרונות לפי הערך של הביטוי המופיע בשורש בנוסחאות

$$\text{של פתרונות המשוואה:} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה יש **שני פתרונות** אם הערך של הביטוי המופיע בשורש הוא **מספר חיובי**.

למשוואה יש **פתרון יחיד** אם הערך של הביטוי המופיע בשורש הוא **אפס**.

למשוואה **אין פתרון** אם הערך של הביטוי המופיע בשורש הוא **מספר שלילי**.



פתרו את המשוואות. כתבו כמה פתרונות יש לכל משוואה.

19

א| $x^2 - x - 30 = 0$

ו| $x^2 - 10x + 25 = 0$

יא| $2x^2 + 3 + 5x = 0$

ב| $x^2 - x + 30 = 0$

ז| $x^2 = 0$

יב| $8x^2 - x + 3 = 0$

ג| $5x^2 - 5x - 30 = 0$

ח| $2x^2 - 3x - 2 = 0$

יג| $x^2 - 7x = 0$

ד| $x^2 - x = 0$

ט| $x^2 + 8 = 0$

יד| $2x^2 - 3x - 5 = 0$

ה| $6x^2 + 24 = 0$

י| $4x^2 + 4x + 1 = 0$

טו| $-3x^2 - x - 1 = 0$



שיעור 10 ציר הסימטריה של הפרבולה ושיעור הקודקוד

שבילים ט חלק ב' עמ' 65

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - x - 2$



א. רשמו את המקדמים a , b ו- c של הפונקציה.

ב. חשבו את שיעורי ה- x של נקודות האפס.

ג. מהו ציר הסימטריה?

ד. מה הקשר בין מקומו של ציר הסימטריה לבין שיעורי ה- x של נקודות האפס?

ה. בדקו אם הטענה שבמסגרת הבאה נכונה לגבי הפונקציה הנתונה.

כאשר פרבולה חותכת את ציר x :

שיעורי ה- x של נקודות האפס הם:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

וציר הסימטריה הוא: $x = -\frac{b}{2a}$

ז. * הסבירו מדוע הטענה הכתובה במסגרת שלמעלה נכונה.



שבילים ט חלק ב' עמ' 66

ציר הסימטריה של פרבולה

בכל פרבולה ציר הסימטריה הוא: $x = -\frac{b}{2a}$

כדי למצוא את שיעור ה- x של הקדקוד מציבים את $x = -\frac{b}{2a}$

בביטוי הפונקציה ומחשבים את שיעור ה- y : $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

בכל סעיף נתון ביטוי של פונקציה ריבועית. 36

1 תארו את מאפייני הפרבולה המייצגת את הפונקציה.

התייחסו למושגים: נקודות אפס, ציר סימטריה, קדקוד, מינימום, מקסימום,

תחום עלייה, תחום ירידה, תחום חיוביות ותחום שליליות.

2 סרטטו סקיצה של הפרבולה.

א| $f(x) = x^2 + 10x + 25$

ד| $f(x) = x^2 + 10x + 9$

ז| $f(x) = x^2 - 2x + 3$

ב| $f(x) = 5x^2 - 15x - 20$

ה| $f(x) = 2x^2 + x - 1$

ח| $f(x) = x^2 + 3$

ג| $f(x) = x^2$

ו| $f(x) = -2x^2 - 2$

ט| $f(x) = -x^2 + 6x - 10$



שיעורים 11-15 יישומים דינאמיים, תרגול + מבדק

כל היישומים פותחו במרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי,

http://highmath.haifa.ac.il/index.php?option=com_content&task=view&id=2091

בעזרת התוכנה גאוגברה :

<http://www.geogebra.org>

הפרבולה בצורה המוזת

כתיבת פונקציה ריבועית כשנתון הקדקוד- ומינימום/ מקסימום

פעילות מ

"הקודקוד של פונקציה ריבועית":

http://highmath.haifa.ac.il/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=254&Itemid=220

קודקוד הפרבולה בצורה המוזת

לחקירת גרף הפונקציה הריבועית המוצגת בצורתו המוזת. כיצד נמצא את ציר הסימטריה והקודקוד? אילו פרמטרים וכיצד יישום דינאמי X. משפיעים על מיקום הקודקוד? ניתן לבדוק ביישום נקודות סימטריות על הפרבולה בעזרת חיתוך עם ישר המקביל לציר. ניתן לשלב יחד עם דף העבודה והיישום לבעיה... מממאגר 802

http://highmath.haifa.ac.il/data/applets/Parabola_vertex_shifted.ggb

קודקוד הפרבולה בצורת המכפלה

http://highmath.haifa.ac.il/data/applets/Parabola_vertex_multiplication.ggb



דף עבודה שבועי 2, מתמטיקה - כיתה ט – הקבצות א' ומצוינות מפמ"ר מתמטיקה, תשע"ג

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

א. מצאו את שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה.

היעזרו בשיעורי הקדקוד של הפרבולה שמצאתם כדי לענות על סעיפים ב' ג'

ב. נתון כי $f(-1) = 10$, מצאו את $f(3)$ ג. $f(5) = 46$. נתון כי $f(x) = 46$ מצאו את x אם $x \neq 5$

ד. נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x נמצאות:

I. בחלק החיובי של ציר x II. נקודה אחת בראשית הצירים והשנייה בחלק החיובי של הציר

III. נקודת אחת בחלק החיובי של ציר x ונקודה אחת בחלק השלילי של הציר IV. בחלק השלילי של ציר x

נמקו.

דף עבודה שבועי 3, מתמטיקה - כיתה ט – הקבצות א' ומצוינות, מפמ"ר מתמטיקה, תשע"ג

1. בפונקציה ריבועית $t(x)$ נתון: $t(0) = t(-5) = 2$

א. מה שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה?

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות מתאימה לנתונים הנ"ל?

II. $t(x) = 2x^2 + 10x + 2$

I. $t(x) = x^2 - 5x + 2$

IV. $t(x) = -2x^2 - 10x - 2$

III. $t(x) = x^2 + 5x + 1$

דף עבודה שבועי 6, מתמטיקה - כיתה ט – הקבצות א' ומצוינות, מפמ"ר מתמטיקה, תשע"ג

3. א. השלימו מספרים כך שתתקבל פונקציה ריבועית שבה שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה יהיה $x = 3$:

$$f(x) = (x + \underline{\hspace{1cm}})(x - \underline{\hspace{1cm}})$$

ב. חשבו את שיעור ה- y של נקודת הקדקוד בהתאם למספרים שהשלמתם.



דף עבודה שבועי 7, מתמטיקה - כיתה ט – הקבצות א' ומצוינות, מפמ"ר מתמטיקה, תשע"ג

1. נתונה הפונקציה: $g(x) = (x - 5)^2 + 4$

א. השלימו: $g(3) = g(\square)$ ב. הסבירו את השיקולים בבחירת המספר שהשלמתם.

דף עבודה שבועי 10, מתמטיקה - כיתה ט – הקבצות א' ומצוינות, מפמ"ר מתמטיקה, תשע"ג

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2(x - 5)^2 - 4$

נתונות טענות המתייחסות לפונקציה. סמנו נכון / לא נכון ונמקו (אין צורך לחשב):

טענה	נכון / לא נכון	נימוק
לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x		
נתונה פונקציה נוספת $g(x) = -x(x - 10)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותו ציר סימטריה		
לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותה נקודת קדקוד		
נתונה הפונקציה $m(x) = 2x^2 - x - 1$. הפונקציות $f(x)$ ו- $m(x)$ "מתלכדות".		
לכל x, ההפרש בין הפונקציה $f(x)$ לפונקציה $t(x) = f(x) + 4$ הוא 4.		